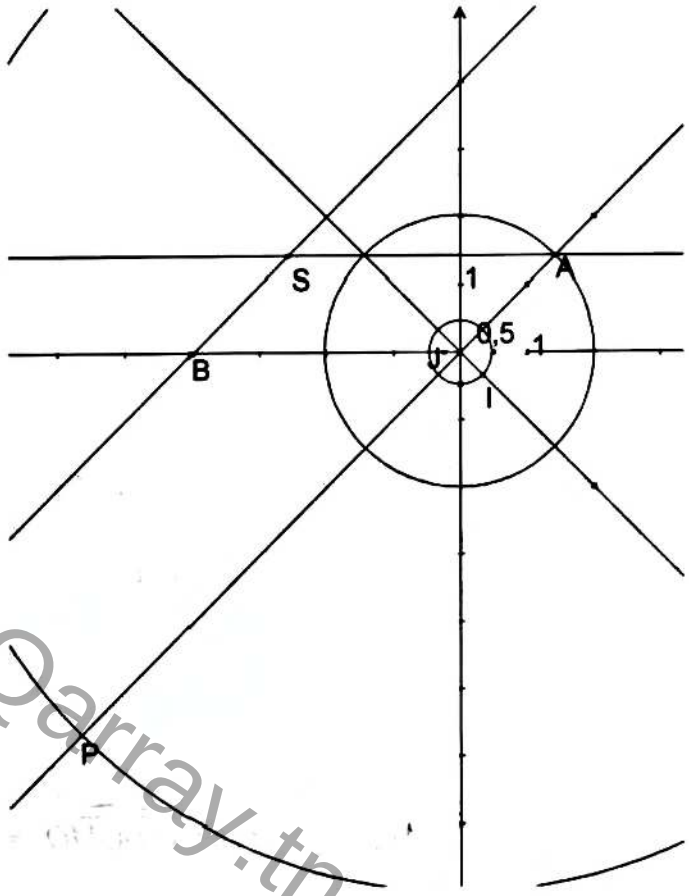

EX 3 :

méthode analytique :

on pose z=x+i y

$$Z=\frac{x+iy-i}{x+iy+i}=\frac{x+i(y-1)}{x+i(y+1)}=\frac{[x+i(y-1)].[x-i(y+1)]}{x^2+(y+1)^2}=\frac{(x^2+y^2-1)-2ix}{x^2+(y+1)^2}$$

1) Z est un réel $\Leftrightarrow$ x=0

z≠-i $\Rightarrow$ M≠A(0,-1)

soit Δ : la droite d'équation : x=0 ; A∈Δ

d'où (ξ_1) est la droite Δ privée de A

2) Z imaginaire pur $\Leftrightarrow x^2+y^2=1$

(ζ) : le cercle de centre O de rayon 1

A∈ζ D'où (ξ_2) : le cercle (ζ) privé de A

Méthode géometrique :

Soit A(-i) et B(i)

1) Z est un réel $\Leftrightarrow \frac{z_M-z_B}{z_M-z_A}\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \overline{MA}$ et $\overline{MB}$ colinéaires $\Leftrightarrow M\in(AB)$

or M ≠ A *donc* $(\xi_1)=(AB)/\{A\}$

2) Z imaginaire pur $\Leftrightarrow \overline{MA}\perp\overline{MB}\Leftrightarrow M\in(\zeta)$: cercle de diamètre [AB] or M≠A

$\xi_2=(\zeta)/\{A\}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn